

## III Copa cangur (Solucions)

- 1) Si dividim 15 entre 7, el residu és 1. Quin és el resultat de sumar els 49 nombres naturals més petits que, com el 15, quan es divideixen entre 7 donen de residu 1?

**Solució: 8281**

- 2) Quin és el dígit de les unitats del resultat del producte  $17^4 \cdot 22^4 \cdot 19^4 \cdot 33^4 \cdot 11^4$  ?

**Solució: 6**

- 3) En Pep ha trobat tots els nombres naturals de tres xifres que la suma dels seus tres dígitos és igual al producte d'aquests tres dígitos. Quina és la suma dels nombres que ha trobat?

**Solució: 1332**

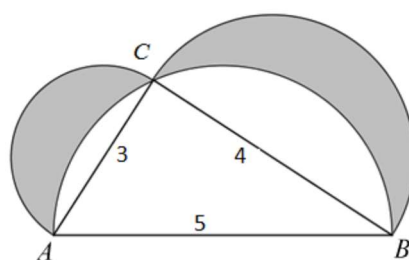
- 4) A la pastisseria de la Valentina hi ha caps de galetes (més d'una). Sabem que totes les caps contenen el mateix nombre de galetes, i que hi ha més d'una galeta a cada capsa. La Valentina assegura que si ens diguéssim el nombre exacte de galetes que hi ha en total, aleshores podríem deduir amb tota seguretat quantes caps hi ha. Si el nombre total de galetes està entre 200 i 300, quantes caps hi ha?

**Solució: 17**

- 5) Quantes xifres té el nombre  $4^{10} \cdot 5^{23}$  ?

**Solució: 23**

- 6) A la figura hi ha dibuixats un triangle rectangle en  $C$ , de costats 3, 4 i 5 unitats, i tres semicercles. Quantes unitats quadrades mesura l'àrea ombrejada?



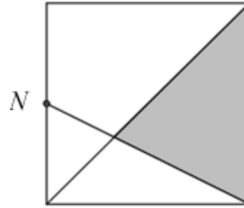
**Solució: 6**

- 7)  $100!$  (100 factorial) representa el resultat del producte  $100 \cdot 99 \cdot 98 \cdot 97 \cdot \dots \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ .

Quin és el valor més gran que pot tenir  $n$  perquè la divisió  $\frac{100!}{7^n}$  doni com a resultat un nombre enter?

**Solució: 16**

- 8) Si el costat d'un quadrat mesura 24 m i el punt  $N$  és el punt mitjà d'un costat, com es veu a la figura, quina seria la mesura en  $m^2$  de l'àrea del triangle ombrejat?



**Solució: 192**

- 9) Una mare i la seva filla volen mesurar la longitud d'un camí. La filla surt des del principi del camí i camina fins al final. Després la seva mare fa el mateix. La mare fa passes de 90 cm i la filla de 54 cm, i quan la petjada de la mare coincideix amb la de la filla, se sobreposen i la de la filla s'esborra. Si en total queden 2016 petjades marcades sense comptar la del principi, quina és la longitud del camí, expressada en decímetres?

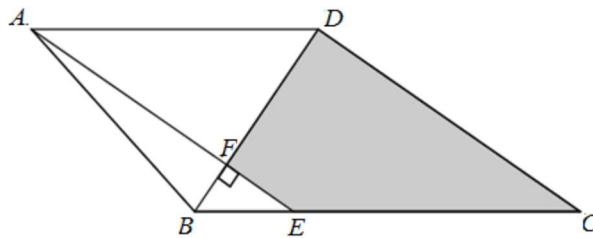
**Solució: 7776**

- 10) En el trapezi  $ABCD$  de la figura, els costats paral·lels són  $BC$  i  $AD$  i, a més,  $BD$  és perpendicular a  $DC$ .

$E$  és un punt del costat  $BC$  per al qual  $BD$  i  $AE$  són perpendiculars.

$F$  és el punt d'intersecció dels segments  $BD$  i  $AE$ .

Si  $AB = 41$ ,  $AD = 50$  i  $BF = 9$ , calculeu l'àrea del quadrilàter  $FECD$  en unitats quadrades.



**Solució: 960**

- 11) El dia que es va declarar una estranya epidèmia, el 20% de la població estava malalta i el 80% restant estava sana. Dos dies després, el 20% dels malalts es va curar i el 20% dels que estaven sans va agafar la malaltia. Dos dies després, el 25% dels que estaven malalts es van curar, i el 25% dels que estaven sans van emmalaltir. Quin percentatge de la població estava sana en aquest moment (quatre dies després de declarar-se l'epidèmia) ?

**Solució: 59**

- 12) Al rectangle de la figura,  $AB=1$  i  $BC=\sqrt{3}$ . Quants graus mesura l'angle  $\varphi$ ?

**Solució: 120**

