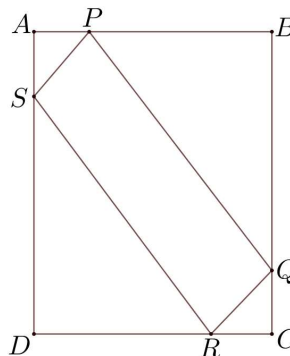


VII Copa cangur Final

Atenció:

- Les solucions a tots els problemes són nombres enters, sense unitats de mesura
 - Si algun problema no té solució, la resposta que heu de lliurar és 0000
 - Si en un problema s'utilitza només un tipus d'unitats, la resposta se sobreentén que ha d'estar en aquestes mateixes unitats, o en aquestes unitats quadrades o cúbiques.
 - Les figures mostrades no estan necessàriament a escala per les dades que es donen
- 1) La figura mostra un rectangle $ABCD$ i un paral·lelogram $PQRS$ inscrit al rectangle. Sabem que $AP = 3$, $PB = 8$, $BQ = 11$ i $AS = 4$ (totes les mesures estan expressades en centímetres). De les dues altures del paral·lelogram, quan mesura la més llarga?



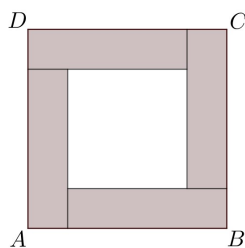
- 2) Si sumem 128 vegades el nombre 8 obtenim el mateix resultat que si multipliquem el nombre 2 per si mateix n vegades. Quin és el valor de n ?

$$\underbrace{8 + 8 + \dots + 8}_{128} = \underbrace{2 \times 2 \times \dots \times 2}_n$$

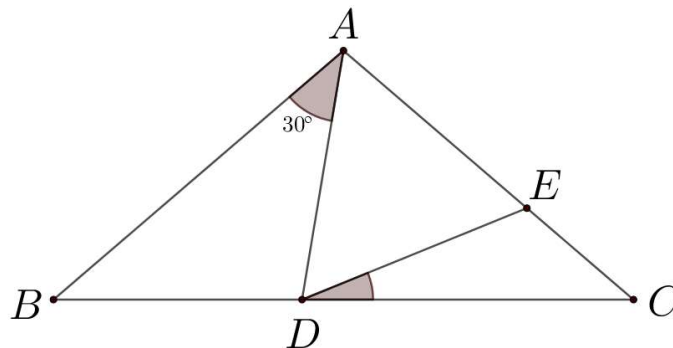
- 3) La fracció que veieu més avall és equivalent a la fracció irreductible $\frac{m}{n}$. Quant val $m + n$?

$$\frac{2}{\frac{2}{\frac{2}{2+1}+1}+1} + 1 + \frac{2}{1+\frac{2}{1+\frac{2}{1+2}}}$$

- 4) Hi ha exactament 2 nombres de quatre xifres que són múltiples de 3 i que compleixen la propietat que el seu primer dígit és el doble del segon, el seu tercer dígit és 3 unitats més gran que el quart i el seu segon dígit és 2 unitats més petit que el quart. Quina és la diferència entre aquests dos nombres?
- 5) Tenim 6 nombres enters consecutius. El més petit és 30. La seva suma també es pot escriure com a suma de 5 nombres enters consecutius. Quin és el més gran d'aquests 5 nombres?
- 6) En un grup d'amics es van fer grups de 4 i en van quedar 2 sense grup. Es van fer grups de 5 i en va quedar un sense grup. Si al grup hi ha 15 noies i són més noies que nois, quants nois hi ha al grup?
- 7) Quants anys del segle XXI compleixen (o compliran) la propietat que en dividir el nombre de l'any per 2, 3, 5 i 7 el residu de la divisió és sempre 1?
- 8) El quadrat $ABCD$ està format per un quadrat interior (blanc) i quatre rectangles iguals (ombrejats). Cada rectangle ombrejat té un perímetre de 40 cm. Quina és l'àrea del quadrat $ABCD$?



- 9) En els costats BC i AC del triangle isòsceles ABC (en el qual $AB = AC$) hi ha marcats, respectivament, dos punts D i E de manera que $AE = AD$ i l'angle BAD mesura 30° . Quina és la mesura de l'angle CDE ?



- 10) En un octògon regular hem de numerar els vèrtexs i el centre amb nombres diferents de l'1 al 9. De quantes maneres diferents ho podem fer de manera que els 3 punts continguts en les 4 diagonals que passen pel centre sumin sempre el mateix? (Tingueu en compte que una configuració possible i la que en resulta de girar la figura 45° són diferents ja que els vèrtexs queden numerats de manera diferent)
- 11) Trobeu el nombre enter positiu n més petit que compleix les següents propietats i que alhora és més gran que 2020:
- $3n + 4$ és múltiple de 5
 - $4n + 5$ és múltiple de 3
 - $5n + 3$ és múltiple de 4
- 12) Un cub es descompon en 6 piràmides, unint un punt interior del cub amb els seus vèrtexs. Els volums de 5 d'aquestes piràmides són 2, 5, 10, 11 i 14 m^3 . Quin és el volum del cub?